

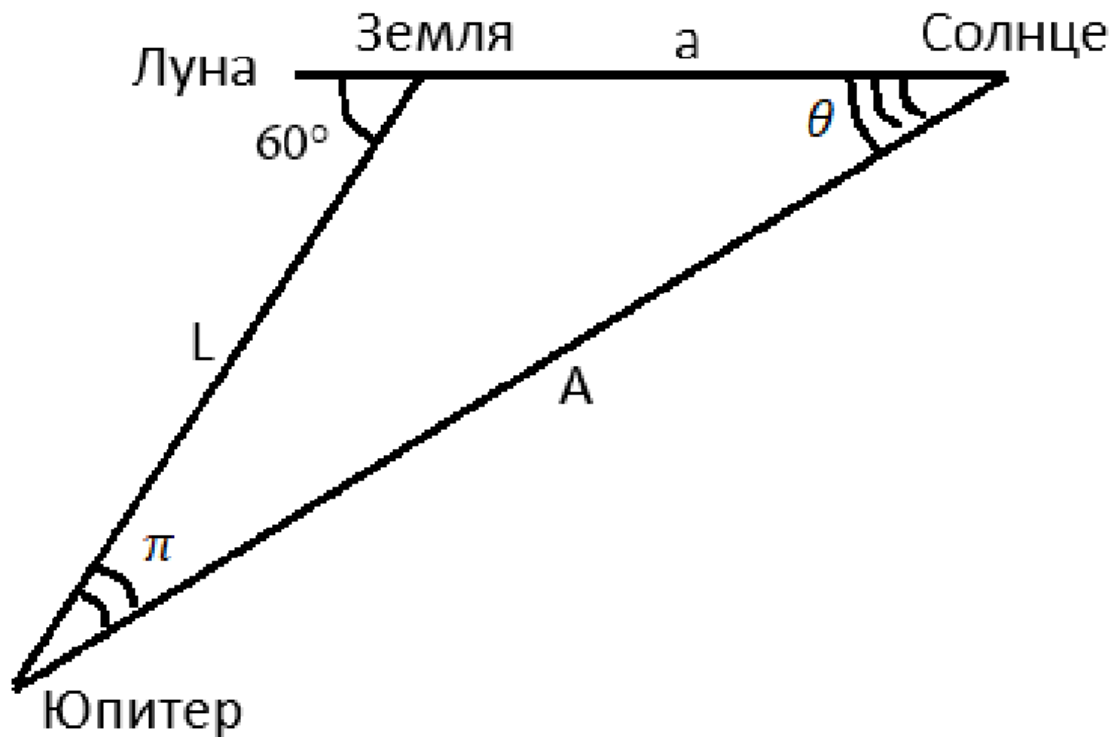
Всероссийская олимпиада школьников
Муниципальный этап
Астрономия, 2025-2026 учебный год
11 классы
Критерии проверки
Все задания по 8 баллов

Задача 1

Земной астроном заметил, что угол между Юпитером и Луной в полнолунии равен 60° . На каком расстоянии от Земли в этот день находился Юпитер? Радиус орбиты Юпитера 5.2 а.е.

Решение:

Луна в полнолунии – значит она находится в противоположной Солнцу точке.



A – радиус орбиты Юпитера, a – радиус орбиты Земли, L – расстояние до Юпитера

Воспользуемся теоремой косинусов:

$$A^2 = L^2 + a^2 - 2 \cdot L \cdot a \cdot \cos(180^\circ - 60^\circ)$$

$$L^2 + a \cdot L + (a^2 - A^2) = 0$$

$$D = a^2 - 4 \cdot (a^2 - A^2) = 4A^2 - 3a^2$$

$$L = \frac{-a + \sqrt{4A^2 - 3a^2}}{2} = 4.6 \text{ а. е.}$$

Ответ: $L = 4.6$ а.е.

Критерии:

- 1 Этап – 2 балла. Сказано, что Луна противоположна Солнцу.
- 2 Этап – 2 балла. Показано взаимное расположение Земли, Луны, Солнца и Юпитера.
- 3 Этап – 2 балла. Записаны формулы, из которых возможно получить расстояние до юпитера.
- 4 Этап – 2 балла. Получен итоговый ответ.

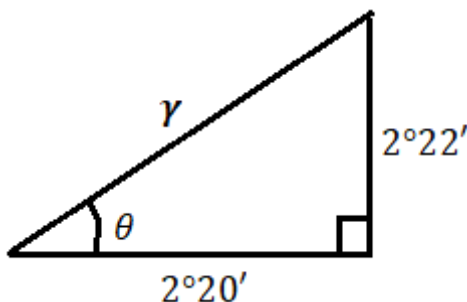
Задача 2

Искусственный спутник Земли пролетел над Сингапуром ($1^{\circ}18'$ с. ш. $103^{\circ}51'$ в. д.) и через 30 минут оказался над Меданом ($3^{\circ}40'$ с. ш. $98^{\circ}40'$ в.). Найдите радиус орбиты спутника и её наклон к экватору. Орбита спутника круговая.

Решение:

За 30 минут Земля повернётся на $\frac{79_{\text{мин}}}{23ч56_{\text{мин}}} \cdot 360^{\circ} = 7^{\circ}31'$.

Тогда за это время спутник из за своего движения изменил координату по широте на $3^{\circ}40' - 1^{\circ}18' = 2^{\circ}22'$, а по долготе на $98^{\circ}40' - 103^{\circ}51' + 7^{\circ}31' = 2^{\circ}20'$



Спутник двигался в ту же сторону, что и вращается Земля, а значит его наклон меньше 90°

Наклон орбиты $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2^{\circ}22'}{2^{\circ}20'} \right) = 45.4^{\circ}$

За 30 минут спутник повернулся на угол $\gamma = \sqrt{(2^{\circ}20')^2 + (2^{\circ}22')^2} = 3.32^{\circ}$

Период обращения спутника $T = 30 \text{ мин} \cdot \frac{360^{\circ}}{\gamma} = 50.9 \text{ ч}$

Масса Земли $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг. Радиус орбиты спутника можно посчитать с помощью третьего закона Кеплера:

$$a = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = 69800 \text{ км}$$

Ответ: $\theta = 45.4^\circ$, $a = 69800 \text{ км}$

Критерии:

- 1 Этап – 2 балла. Посчитано изменение координаты из-за вращения Земли.
- 2 Этап – 2 балла. Найден наклон орбиты к плоскости экватора.
- 3 Этап – 2 балла. Посчитан период обращения спутника.
- 4 Этап – 2 балла. Найден радиус орбиты спутника.

Задача 3

По эллиптической орбите с эксцентриситетом 0.5 вокруг Солнца движется ракета. По задумке астрономов в перигеуме планируется со скоростью относительно ракеты 0.5 от круговой скорости для этой точки выбросить в противоположную движению сторону такую часть массы, чтобы скорость в апоцентре новой орбиты оказалась в 2 раза меньше скорости в апоцентре старой. Какую часть массы для этого потребуется выбросить?

Решение:

Масса Солнца M , перигеумическое расстояние ракеты q , большая полуось начальной орбиты a . Начальная масса ракеты m , конечная масса ракеты m' . Эксцентриситет начальной орбиты e_1 , эксцентриситет конечной орбиты e_2 . Ракета выбрасывает относительно себя массу со скоростью u .

Начальная скорость ракеты равна перигеумической начальной орбиты:

$$V_{q1} = \sqrt{\frac{GM}{a_1} \cdot \frac{1+e_1}{1-e_1}} = V_c \sqrt{1+e_1}$$

V_c – круговая скорость в начальной точке – перигеуме начальной орбиты. Эта же точка будет перигеумом новой орбиты, поэтому $q = a_1(1 - e_1) = a_2(1 - e_2)$

$$\text{Апоцентрическая скорость начальной орбиты } V_{Q1} = \sqrt{\frac{GM}{a_1} \cdot \frac{1-e_1}{1+e_1}} = V_c \sqrt{\frac{(1-e_1)^2}{1+e_1}}$$

Скорость в апоцентре должна уменьшиться в два раза. Тогда

$$\sqrt{\frac{(1-e_1)^2}{1+e_1}} = 2 \sqrt{\frac{(1-e_2)^2}{1+e_2}}, \frac{(1-e_1)^2}{1+e_1} = 4 \frac{(1-e_2)^2}{1+e_2}, \frac{1+e_2}{(1-e_2)^2} = 24$$

$$1+e_2 = 24 - 48e_2 + 24e_2^2, 24e_2^2 - 49e_2 + 23 = 0$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 24 \cdot 23 = 193$$

$$e_2 = \frac{49 - \sqrt{193}}{2 \cdot 24} = 0.73$$

$$\text{Начальный импульс ракеты } mV_{q1} = mV_c\sqrt{1+e_1}$$

$$\text{Конечный импульс ракеты } m'V_{q2} = m'V_c\sqrt{1+e_2}$$

$$u = 0.5V_c$$

По закону сохранения импульса:

$$mV_{q1} = m'V_{q2} + (m - m') \cdot (V_{q2} - u)$$

$$\sqrt{1.5}m = \sqrt{1.73}m' + (\sqrt{1.73} - 0.5)(m - m')$$

$$\sqrt{1.5} = \sqrt{1.73} \frac{m'}{m} + \sqrt{1.73} - 0.5 - (\sqrt{1.73} - 0.5) \frac{m'}{m}$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{\sqrt{1.5} + 0.5 - \sqrt{1.73}}{\sqrt{1.73} - (\sqrt{1.73} - 0.5)} = \frac{\sqrt{1.5} + 0.5 - \sqrt{1.73}}{2} = 0.2$$

Ракете надо выбросить $\frac{m-m'}{m} = 0.8$ своей массы

Ответ: 4/5 своей массы

Критерии:

1 Этап – 2 балла. Записаны перицентрическая и апоцентрическая скорости. По 1 баллу за каждую.

2 Этап – 1 балл. Указание на равенство перицентрических расстояний.

3 Этап – 2 балла. Найден эксцентриситет новой орбиты.

4 Этап – 2 балла. Использован закон сохранения импульса, откуда можно получить итоговый ответ.

5 Этап – 1 балл. Получен итоговый ответ.

Задача 4

В однородном скоплении с массой $M = 10^{33}$ кг и радиусом $R = 100$ пк по двум круговым орбитам двигаются две звезды. Радиус орбиты первой звезды 10 пк, второй – 20 пк. Во сколько раз отличаются их периоды обращения? Все звёзды этого скопления считать идентичными Солнцу.

Решение:

Используем третий закон Кеплера:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_r} \sim \frac{r^3}{M_r}$$

T – период обращения по орбите, r – расстояние до центра скопления (радиус орбиты), M_r – масса внутри орбиты. Внешнюю массу можно не учитывать, так как в сферически симметричных гравитационных полях скопления на тело будет оказывать влияние лишь та часть массы, что заключена внутри сферы радиуса r .

По условию задачи плотность внутри скопления постоянна, $\frac{r^3}{M_r} \sim \frac{1}{\rho} = \text{const}$

Тогда период обращения $T \sim \sqrt{\frac{1}{\rho}} = \text{const}$

Мы получили интересный факт – в однородном скоплении период обращения вокруг центра скопления не зависит от радиуса орбиты. Ответом на задачу является равенство периодов.

Ответ: они равны.

Критерии:

- 1 Этап – 2 балла. Использован третий закон Кеплера.
- 2 Этап – 3 балла. Сказано, что на звёзды действует лишь масса внутри сферы, заключённой внутри их орбит.
- 3 Этап – 2 балла. Получена зависимость периода обращения от плотности.
- 4 Этап – 1 балл. Получен итоговый ответ.

Задача 5

Российские астрономы наблюдают за достаточно большим астероидом, находящемся вблизи полюса орбиты Земли - линия Солнце-астероид перпендикулярна плоскости орбиты Земли. Расстояние до него составляет 10000 а.е.. Какой радиус имеет

окружность, которую описывает этот астероид в течение года для наблюдателя на Земле? Считать орбиту Земли круговой, а астероид – неподвижным относительно Солнца.

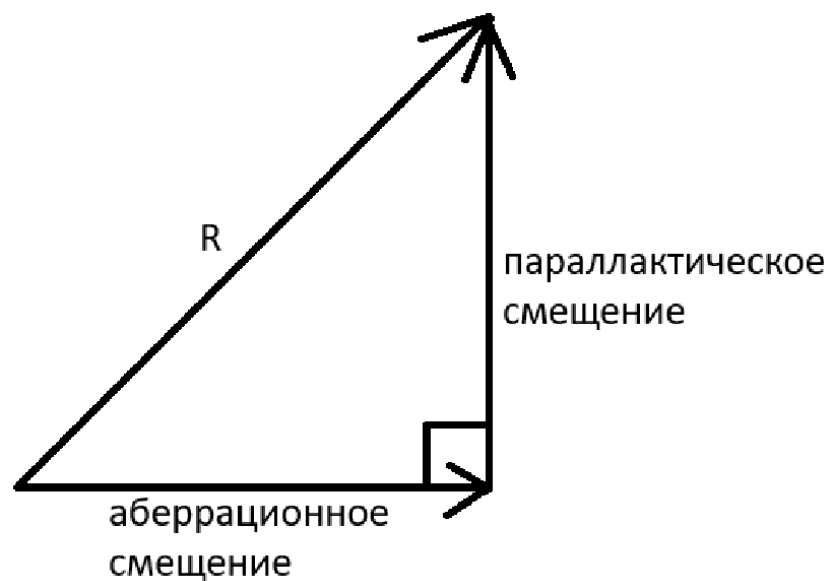
Решение:

Астероид находится вблизи полюса орбиты Земли, поэтому он будет двигаться для наблюдателя на Земле по окружности. Параллакс астероида:

$$\pi = \frac{1 \text{ а. е.}}{10000 \text{ а. е.}} = \frac{1 \text{ рад}}{10000} = 20.6''$$

Можно подумать, что это и будет окончательный ответ, но на положение астероида будет также влиять абберрация света. Земля движется по орбите со скоростью примерно 30 км/с. Угол абберрации составит:

$$\theta = \frac{30 \text{ км/с}}{300000 \text{ км/с}} = \frac{1 \text{ рад}}{10000} = 20.6''$$



В результате этих двух факторов астероид будет двигаться по окружности радиуса $R = \sqrt{\pi^2 + \theta^2} = 29.1''$

Ответ: радиус окружности $R = 29.1''$

Критерии:

1 Этап – 2 балла. Найдено параллактическое смещение.

2 Этап – 2 балла. Найдено абберационное смещение.

3 Этап – 2 балла. Показаны направления смещений / сказано о том, что они перпендикулярны друг другу.

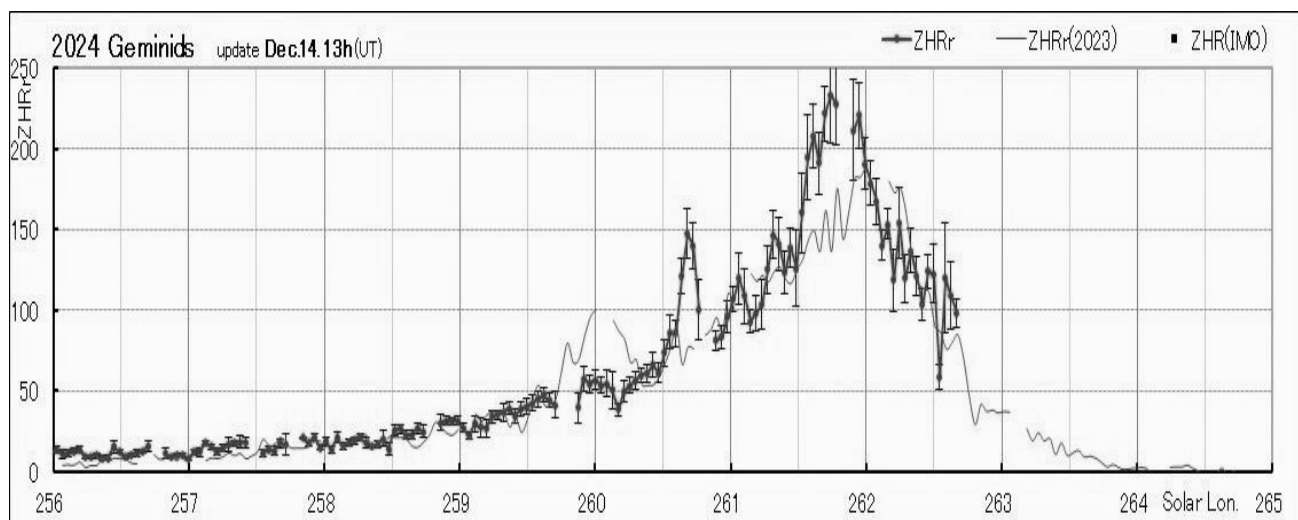
4 Этап – 2 балла. Получен итоговый ответ.

При учёте лишь одного смещения (параллактического/абберационного) оценка за задачу составляет не более 3 баллов – за первый/второй этап ставится 2 балла, за последний 1 балл.

Задача 6

В декабре 2024 наблюдались Геминиды – самый мощный в году метеорный поток, радиант которого находится в созвездии Близнецы. Активность потока в максимуме достигает более 150 метеоров в час! Причиной такого потока является Фазтон – небольшой околоземный астероид.

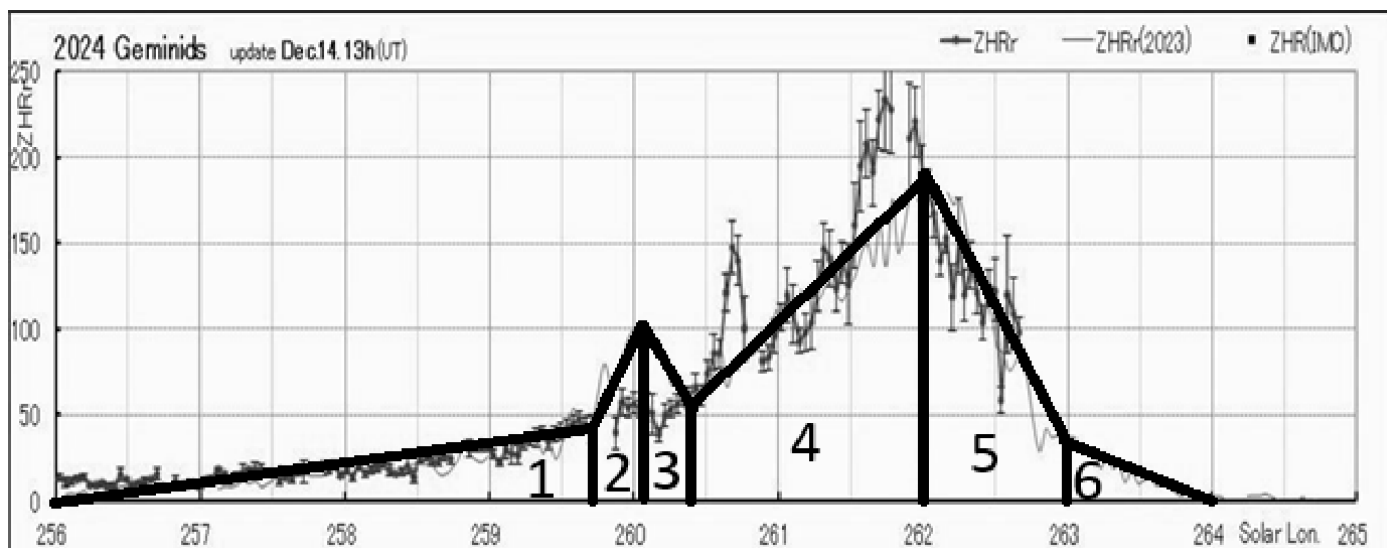
Вам приведены кривые графика радиоданных. Тёмная кривая соответствует метеорам, которые наблюдались на Земле в 2024г, светлая кривая показывает активность потока в 2023г. По горизонтали отложена эклиптическая долгота Земли в градусах (с достаточно хорошей точностью можно считать, что 1 градус эклиптической долготы равен 1 дню), а по вертикали – количество метеоров в час. По этим данным определите количество метеоров, наблюдавшееся в 2023г.



Решение:

У нас есть зависимость “интенсивности” метеорного потока от времени. Количеством метеоров, которое можно было наблюдать в 2023 году, будет площадь под графиком для кривой на 2023 год. Метеоры этого потока наблюдались в период с эклиптической долготы 256° до эклиптической долготы 264° – около 8 дней.

Нам необходимо самим посчитать примерное значение площадь под кривой. Для этого разделим кривую на несколько частей:



Рассмотрим каждую часть графика.

- 1 – треугольник с основанием 3.7 дней и высотой 46 метеоров в час.
За это время наблюдалось $N_1 \approx \frac{3.7 \text{ д} \cdot 46 \frac{\text{метеоров}}{\text{час}}}{2} = 2040$ метеоров
- 2 – трапеция с высотой 0.3 дня и основаниями 46 метеоров в час и 100 метеоров в час. $N_2 \approx \frac{46 \frac{\text{метеоров}}{\text{час}} + 100 \frac{\text{метеоров}}{\text{час}}}{2} \cdot 0.3 \text{ д} = 530$ метеоров
- 3 – трапеция \approx такой же площади, как и 2. $N_3 \approx 530$ метеоров
- 4 – трапеция с высотой 1.6 дней и основаниями 60 метеоров в час и 190 метеоров в час. $N_4 \approx \frac{60 \frac{\text{метеоров}}{\text{час}} + 190 \frac{\text{метеоров}}{\text{час}}}{2} \cdot 1.6 \text{ д} = 4800$ метеоров
- 5 – трапеция с высотой 1 день и основаниями 190 метеоров в час и 35 метеоров в час. $N_5 \approx \frac{35 \frac{\text{метеоров}}{\text{час}} + 190 \frac{\text{метеоров}}{\text{час}}}{2} \cdot 1 \text{ д} = 2700$ метеоров
- 6 – треугольник с основанием 1 день и высотой 35 метеоров в час.
 $N_6 \approx \frac{1 \text{ д} \cdot 35 \frac{\text{метеоров}}{\text{час}}}{2} = 420$ метеоров

Итак, всего наблюдалось $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 \approx 11000$ метеоров

Ответ: 11000 метеоров

Критерии:

Задача не требует большой точности.

1 Этап – 2 балла. Сказано, что поток наблюдался лишь в период, указанный на графике.

2 Этап – до 3 баллов. Кривая на графике разделена на подзоны. Оценка за этот этап выставляется в зависимости от количества зон на графике:

- 4 и более зон – 3 балла
- 3 зоны – 2 балла
- 1 или 2 зоны – 0 баллов

3 Этап – 3 балла. Подсчёт площади каждой зоны.

4 Этап – 2 балла. Получен итоговый ответ:

- $N \in [9000 \text{ метеоров}, 13000 \text{ метеоров}]$ – 2 балла
- $N \in [8000 \text{ метеоров}, 9000 \text{ метеоров}) \cup (13000 \text{ метеоров}, 14000 \text{ метеоров}]$ – 1 балл
- Любой другой ответ – 0 баллов